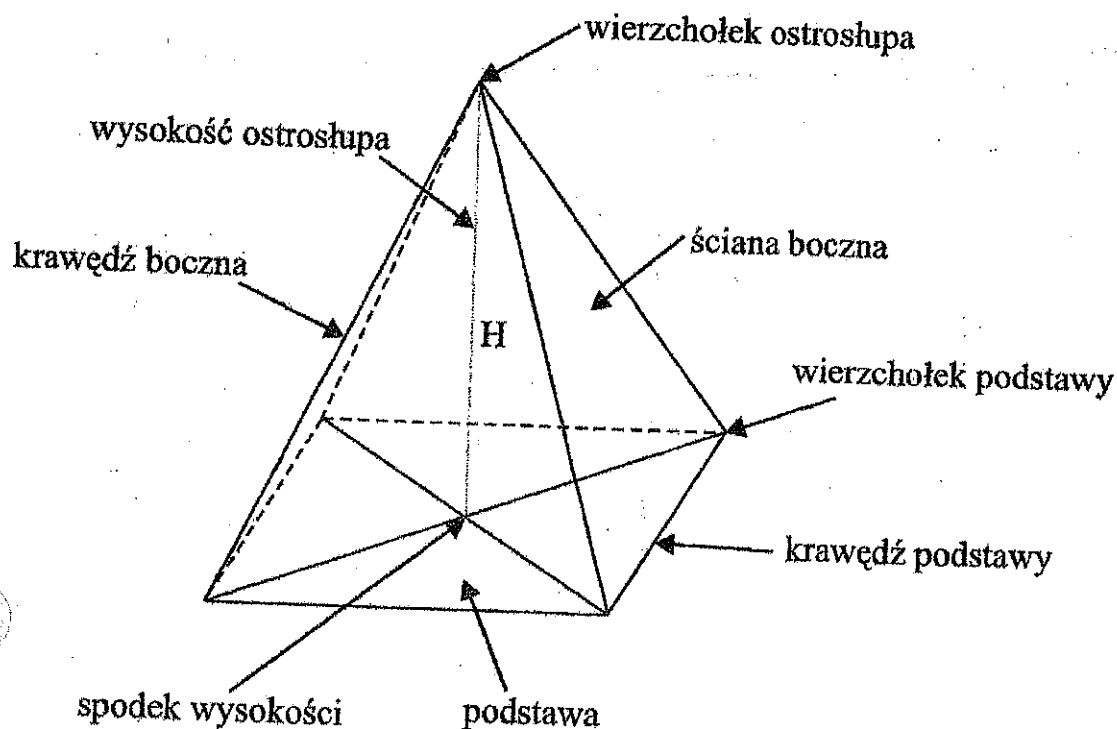


OSTROŚŁUPY

Ostrosłupem nazywamy wielościan, którego jedna ściana, zwana podstawą jest dowolnym wielokątem (trójkątem, czworokątem, pięciokątem itd.), a pozostałe ściany są trójkątami o wspólnym wierzchołku.



Bryły

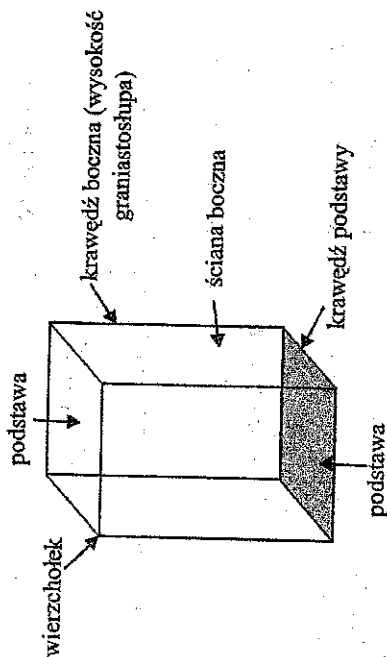
$$P_c = P_p + P_b$$

pole powierzchni całkowitej pole podstawy pole powierzchni bocznej (suma pól powierzchni wszystkich ścian bocznych)

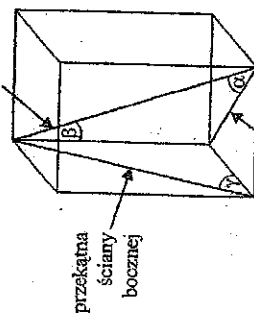
Bryły

GRANIASTOSŁUPY

Graniastosłup czworokątny (podstawa graniastosłupa jest czworokątem).



przekątna graniastosłupa

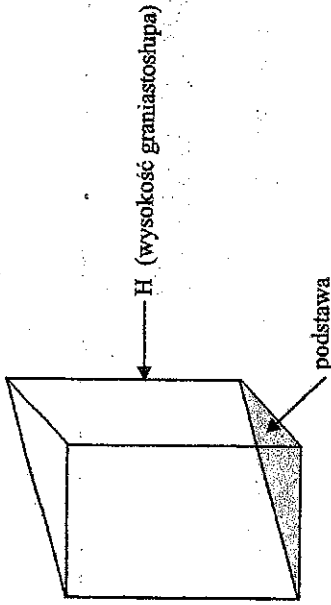


przekątna ściany bocznej

przekątna podstawy

α – kąt nachylenia przekątnej do płaszczyzny podstawy
 β – kąt między przekątną graniastosłupa, a krawędzią boczną
 γ – kąt między przekątną ściany bocznej, a krawędzią podstawy

Graniastosłup trójkątny (podstawa graniastosłupa jest trójkątem).



Objętość graniastosłupa:

$$V = P_p \cdot H$$

objętość pole podstawy wysokość

Pole powierzchni całkowitej:

$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

pole powierzchni całkowitej pole podstawy pole powierzchni bocznej (suma pól wszystkich ścian bocznych)

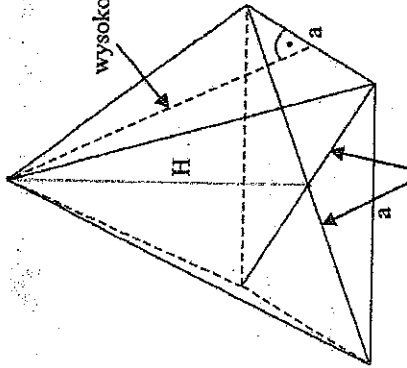
SZEŚCIAN

objętość sześciangu: $V = a^3$

przekątna sześciangu: $P_c = 6a^2$

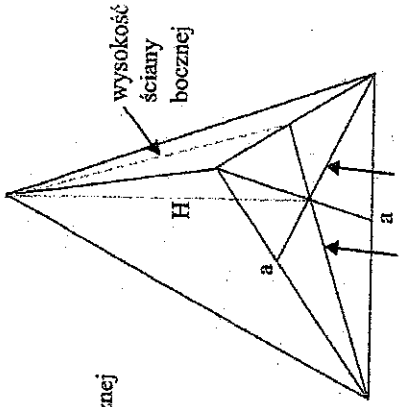
przekątna podstawy: $p = a\sqrt{3}$

pole powierzchni całkowitej



przekątne podstawy
($d = a/\sqrt{2}$)

Ostrosłup prawidłowy czworokątny
(podstawą ostrosłupa jest kwadrat)



wysokość podstawy
($h = a/2$)

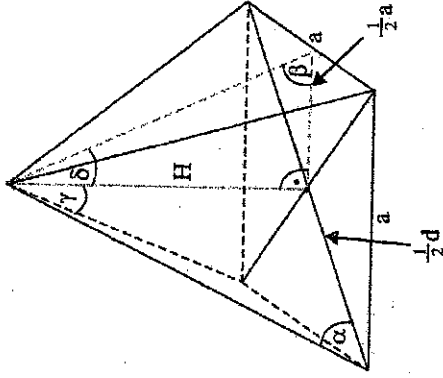
Ostrosłup prawidłowy trójkątny
(podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny)

wysokość ściany bocznej

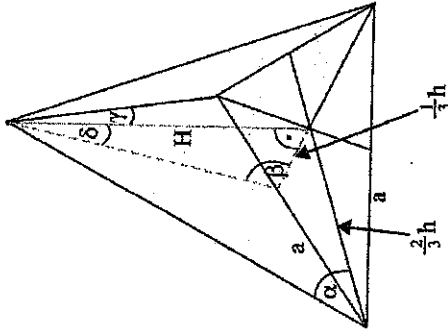
wysokość ściany bocznej

KĄTY W OSTROŚLUPACH

Ostrosłup prawidłowy czworokątny



Ostrosłup prawidłowy trójkątny



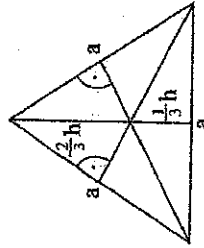
PRZYPOMNIENIE:

trójkąt równoboczny:

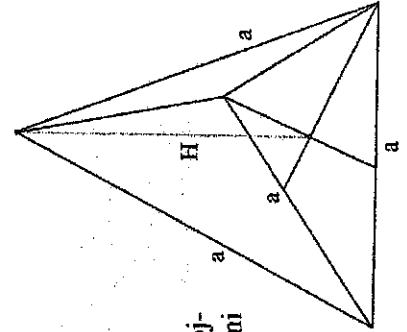
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$



Czworościan foremny – ostrosłup prawidłowy trójkątny, którego wszystkie ściany są przystającymi trójkątami równobocznymi.



α – kąt nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy
 β – kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy (jest to kąt dwusieczny)
 γ – kąt między krawędzią boczną a wysokością ostrosłupa
 δ – kąt między wysokością ostrosłupa a wysokością ściany bocznej

α – czytamy: alfa

β – czytamy: beta

γ – czytamy: gamma

δ – czytamy: delta

WZORY

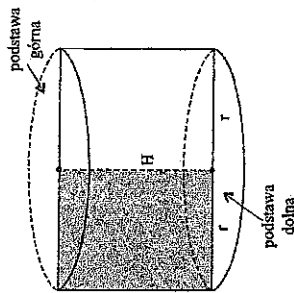
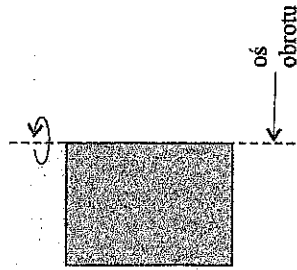
$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

objętość ostrosłupa pole podstawy wysokość ostrosłupa

Bryły obrotowe

WALEC

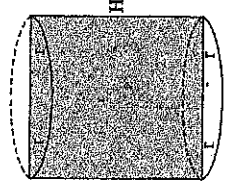
Walcem nazywamy figurę przestrzenną powstałą przez obrót prostokąta dookoła jednego z boków.



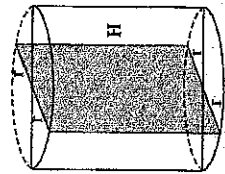
$$V = \Pi r^2 H$$

- objętość walca
- r - promień podstawy
- H - wysokość walca

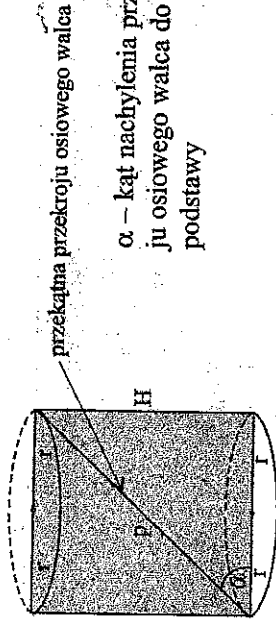
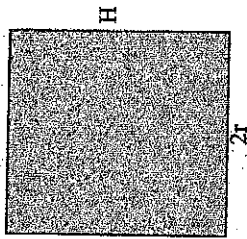
Przekrój osiowy walca:



lub

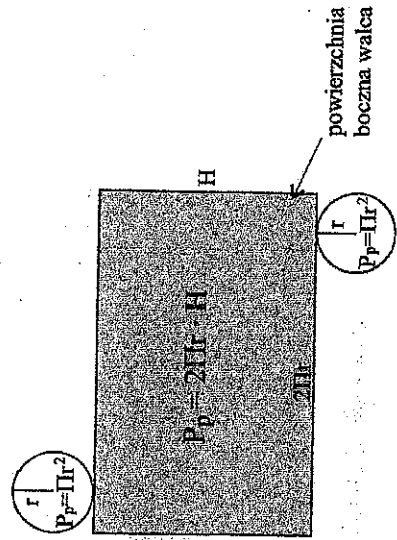


Przekrój osiowy walca jest prostokątem o wymiarach $2r \times H$:



α - kąt nachylenia przekątnej przekroju osiowego walca do płaszczyzny podstawy

Siatka walca:



Wzły obrotowe

$$P_c = 2P_p + P_b$$

pole powierzchni całkowitej

pole podstawy walca bocznej powierzchni

$$P_p = \pi r^2$$

$$P_b = 2\pi r H$$

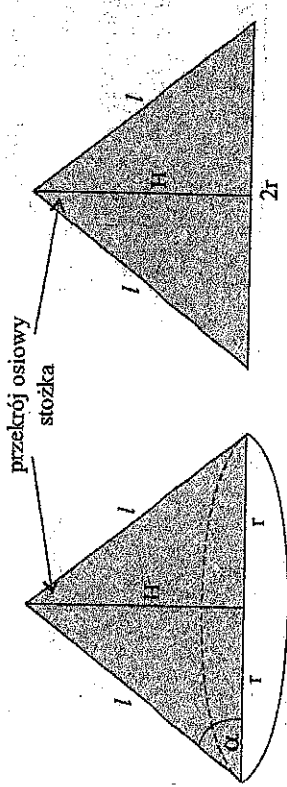
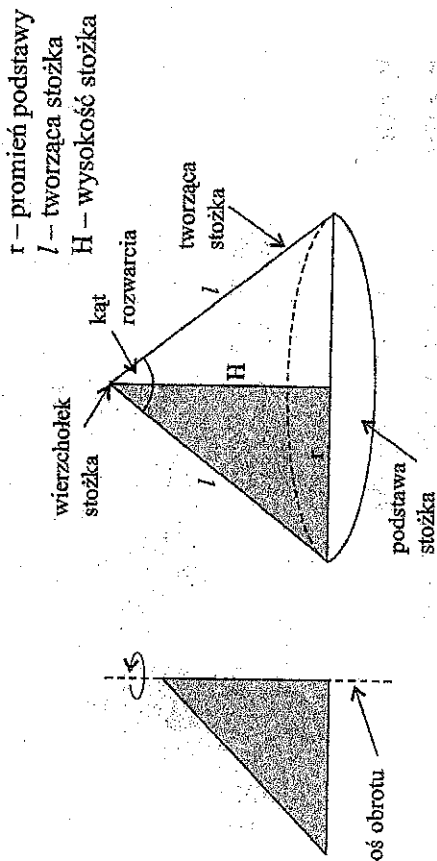
$$P_c = 2\pi r^2 + 2\pi r H$$

$$P_c = 2\pi r (r + H)$$

pole powierzchni całkowitej walca

STOŻEK

Stożkiem nazywamy figurę przestrzenną otrzymaną przez obrót trójkąta prostokątnego dookoła jednej z przyprostokątnych.



α - kąt nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy

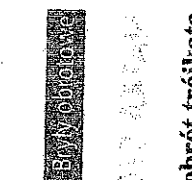
$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \Pi r^2 \cdot H$$

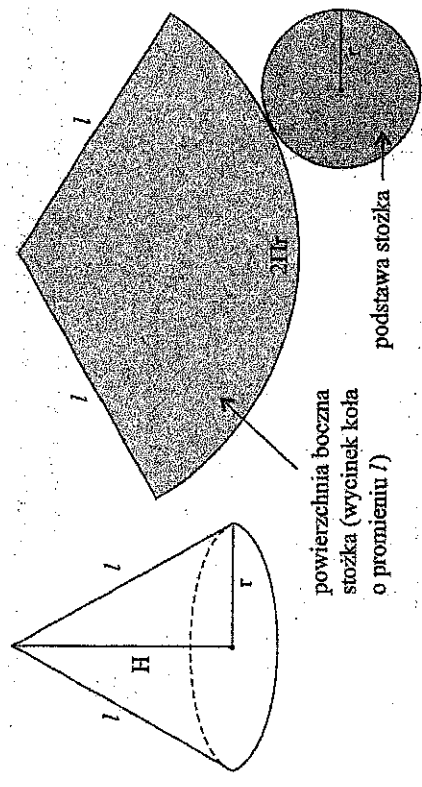
- objętość stożka

$$P_c = \Pi r \cdot l$$

- pole podstawy stożka



SIATKA STOŻKA:



$$P_p = \Pi r^2$$

- pole podstawy stożka

$$P_b = \Pi r l$$

- pole powierzchni bocznej stożka

$$P_c = P_p + P_b$$

$$P_c = \Pi r^2 + \Pi r l$$

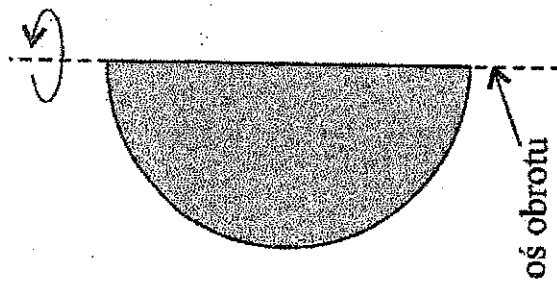
lub

$$P_c = \Pi r (r + l)$$

- pole powierzchni całkowitej stożka

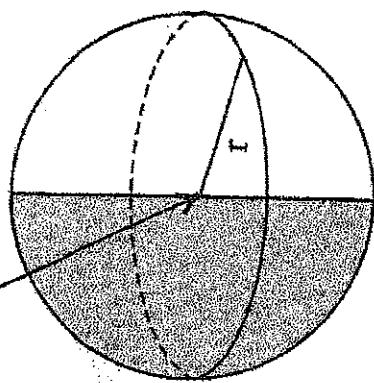
$$V = \frac{1}{3} \Pi r^2 H$$

- objętość stożka

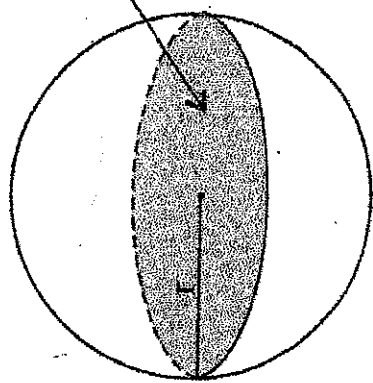


oś obrotu

r - promień kuli



Koło wielkie.
Przekrój osiowy kuli
jest kołem wielkim.



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$P = 4\pi r^2$$

objętość kuli

pole powierzchni kuli

Proszę , aby zadania były podpisane . Lista 1 . Przepisane zadanie 1 - rysunek pomocniczy bryły - rozwiązane , odpowiedź . Następnie przepisane polecenie zad 2 i rozwiązane , odpowiedź i tak dalej ...

Lista 2 . Przepisane zadanie 1 - rysunek pomocniczy bryły - rozwiązane , odpowiedź . Następnie przepisane polecenie zad 2 i rozwiązane , odpowiedź , i tak dalej

Kartki proszę spiąć .

Zadania dla klasy III LO – semestr 6

Lista 1 - Bryły : sześcian , prostopadłościan , graniastosłup i ostrosłup

1. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi długości $3\sqrt{2}$ cm .
2. Oblicz długość krawędzi sześcianu o objętości 64 cm^3 . Jaką długość ma jego przekątna ?
3. Oblicz objętość sześcianu o przekątnej długości $5\sqrt{6}$ cm.
4. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o wymiarach:
2cm x 5cm x 10cm.
5. Podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku długości 3 cm. Przekątna ściany bocznej ma długość 5 cm. Oblicz objętość oraz pole powierzchni całkowitej .
6. W prawidłowym graniastosłupie trójkątnym krawędź podstawy ma długość 4cm , a krawędź boczna 3cm . Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego graniastosłupa .
7. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego , w którym krawędź podstawy ma długość $\sqrt{6}$ cm , a przekątna graniastosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 30° .
8. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy długości $a = 6$ cm , wysokości ostrosłupa $H = 4$ cm i wysokości ściany bocznej $h = 5$ cm .
9. Oblicz pole i powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy $a = 4$ cm i wysokości $H = 6$ cm .
10. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt między krawędzią boczną ostrosłupa i jego wysokością ma miarę 30° . Krawędź podstawy ma długość $4\sqrt{2}$ cm . Oblicz objętość ostrosłupa .

Lista 2 - Bryły obrotowe : walec , stożek i kula

1. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość walca , którego promień podstawy $r = 5$ cm , a wysokość walca $H = 10$ cm.
2. Oblicz pole przekroju osiowego walca otrzymanego w wyniku obrotu prostokąta o wymiarach 10 cm x 6cm wokół dłuższego boku .
3. Przekątna przekroju osiowego walca ma długość $8\sqrt{2}$ cm i tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze 45° .Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego walca .
4. Prostokątny arkusz blachy o wymiarach 20 cm x 40 cm można zwinąć w dwojaki sposób , otrzymując powierzchnię boczną walca. W którym przypadku walec będzie miał większą objętość ?
5. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej stożków o promieniu $r = 5$ cm i tworzącej stożka $l = 10$ cm.
6. Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 15 cm i 8 cm. Trójkąt ten obracamy wokół dłuższej przyprostokątnej . Oblicz pole powierzchni bocznej , całkowitej i objętość otrzymanego stożka .
7. Oblicz objętość stożka o tworzącej długości 16 cm i obwodzie podstawy 4π cm .
8. Tworząca stożka o długości $6\sqrt{6}$ jest nachylona do podstawy pod kątem 45° . Oblicz objętość stożka .
9. Oblicz objętość i pole powierzchni kuli o promieniu $r = 5$ cm.
10. Pole powierzchni kuli wynosi 144π cm². Oblicz długość promienia i objętość tej kuli.
11. Przekrój osiowy kuli jest kołem , którego obwód wynosi 18π cm. Oblicz pole powierzchni i objętość tej kuli.
12. Dwie ołowiane kule o średnicach 8 cm i 4 cm przetopiono na jedną kulę . Jaka jest średnica tej kuli ?